

Movimiento de los cuerpos en una y dos dimensiones

Conceptos relacionados con el movimiento

A la rama de la física encargada de estudiar las relaciones entre fuerza, masa y movimiento se le llama mecánica. Mientras, que la parte de la mecánica que estudia los métodos matemáticos para determinar el movimiento se denomina cinemática.

El **movimiento** puede definirse como un cambio continuo de posición. En la mayor parte de los movimientos reales, los diferentes puntos de un cuerpo se mueven a lo largo de diferentes trayectorias.

Para fines didácticos, se considerará los cuerpos móviles como puntos o partículas que siguen una sola trayectoria.

Existen cuatro magnitudes básicas involucradas con el movimiento:

- **Longitud o distancia**
- **Tiempo**
- **Velocidad**
- **Aceleración**

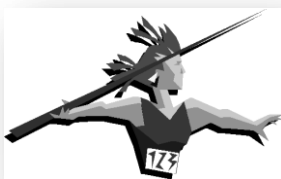
En esta unidad se estudiarán dos tipos de movimientos: en una dimensión (movimiento rectilíneo) y en dos dimensiones (movimiento en un plano).





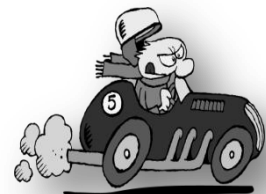
La longitud es la magnitud medible de distancia y desplazamiento en el espacio. Se expresa en distintas unidades dependiendo del sistema que se esté empleando (metros, centímetros o pulgadas), también puede utilizar múltiplos y submúltiplos.

El tiempo es la magnitud que permite medir la duración o separación entre acontecimientos. La unidad de medida es el segundo, aunque puede emplearse el minuto y la hora.



La velocidad es la relación entre las unidades fundamentales de longitud y tiempo, por lo que se conoce como magnitud derivada. Se expresa en m/s (metros por cada segundo), cm/s (centímetros por cada segundo), ft/s (pies por cada segundo), etc.

Finalmente, **la aceleración** se describe como la variación que presenta la velocidad de un cuerpo durante el movimiento en un tiempo determinado. Las unidades que se emplean son: m/s^2 , cm/s^2 , ft/s^2 , etc.



Algunos ejemplos de cuerpos en movimiento son:

- **Las personas caminando**
- **Los autos que recorren las carreteras**
- **Los aviones que vuelan por el cielo**
- **Las pelotas al ser pateadas**
- **La tierra en rotación y traslación.**

Características del movimiento de los cuerpos en una dimensión

Al movimiento que presentan los cuerpos en una dimensión sobre una línea recta se le conoce como rectilíneo.

El desplazamiento de una partícula, cuando se mueve de un punto a otro de su trayectoria, se define como el vector trazado desde el primer punto al segundo. Por lo tanto, la magnitud de la longitud o distancia es el desplazamiento de la partícula

y se puede definir como $x_2 - x_1 = \Delta x$. Mientras que, el intervalo de tiempo necesario para que este desplazamiento ocurra se define $t_2 - t_1 = \Delta t$.

Finalmente, la razón del desplazamiento Δx al intervalo de tiempo Δt se le conoce como velocidad media y se puede expresar de la siguiente manera:

$$\text{Vector velocidad media} = \frac{\text{Desplazamiento}}{\text{Tiempo transcurrido}}$$

Para fines prácticos es conveniente igualar t_1 con cero y definir a x_1 como la posición de origen y llamarla x_0 , correspondiente a t_1 . De esta manera se puede establecer una fórmula general para determinar la velocidad de un cuerpo cuya expresión matemática es:

$$\text{Velocidad} = \frac{\text{Distancia}}{\text{Tiempo}}$$

ó

$$v = \frac{d}{t}$$

Así, la velocidad puede definirse como el desplazamiento realizado por un cuerpo móvil dividido entre el tiempo que tarda en efectuarlo.

Aplicando los conocimientos de algebra, adquiridos durante el curso de matemáticas I, es posible determinar la distancia recorrida o el tiempo necesario para realizar el desplazamiento. Al procedimiento se le conoce comúnmente como “despeje”.

Las fórmulas se escriben de la siguiente manera:

$$d = vt$$

$$t = \frac{d}{v}$$

En algunos casos, la velocidad de un cuerpo móvil varía continuamente durante el movimiento. Cuando esto ocurre, se dice que el cuerpo se mueve con movimiento acelerado o que tiene una aceleración.

La aceleración se define como la razón del cambio de velocidad al tiempo transcurrido y matemáticamente se expresa de la siguiente manera:

$$\text{Aceleración} = \frac{\text{Variación de velocidad}}{\text{Tiempo transcurrido}}$$

ó

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t}$$

donde, v_2 es la velocidad final y v_1 es la velocidad de origen o inicial.

Basándose en la fórmula anterior, es posible plantear una ecuación para determinar la v_2 es decir la velocidad final y ahora se representará únicamente por la letra v . La ecuación se escribe de la siguiente manera:

$$v = v_0 + at$$

donde, v_0 es la velocidad inicial.

Otras ecuaciones que se obtienen como resultado de aplicar procedimientos algebraicos son:

Para obtener la velocidad promedio (\bar{v}):

$$\bar{v} = \frac{v_0 + v}{2}$$

donde, v_0 es la velocidad inicial y v es la velocidad final.

Para obtener la distancia recorrida (d).

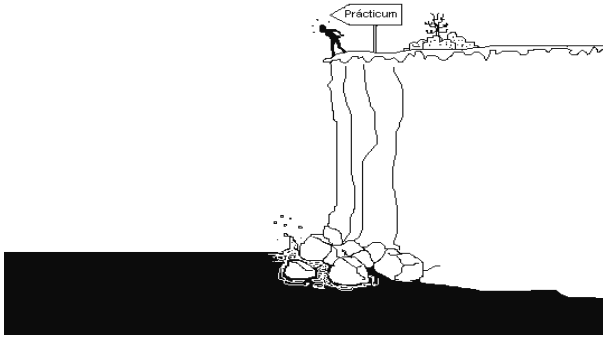
$$d = \frac{v_0 + v}{2} * t$$

$$d = v_0t + \frac{1}{2} at^2$$

Finalmente, para calcular el cuadrado de la velocidad final (v^2).

$$v^2 = v_0^2 + 2at$$

Existe otro movimiento considerado rectilíneo; la caída libre. Para realizar cálculos relacionados con cuerpos en caída libre es necesario considerar el efecto de la gravedad.



La aceleración que sufre un cuerpo en caída libre se denomina aceleración debida a la gravedad, o aceleración de la gravedad y se representa por la letra g . En la superficie terrestre, el valor de g es aproximadamente 9.8 m/s^2 en el sistema internacional, 32 ft/s^2 en el sistema inglés.

Las ecuaciones más comunes que existen para realizar cálculos relacionados con cuerpos en caída libre son las siguientes:

$$V_f = v_0 + gt$$

donde, v_f es la velocidad del cuerpo al detenerse (al chocar con el suelo) y v_0 es la velocidad inicial del cuerpo, sin embargo, en caída libre se considera que los móviles se encuentran en reposo o equilibrio por lo que su velocidad inicial es cero.

Para determinar la altura (h), desde la cual se deja caer un cuerpo, se emplea la siguiente ecuación:

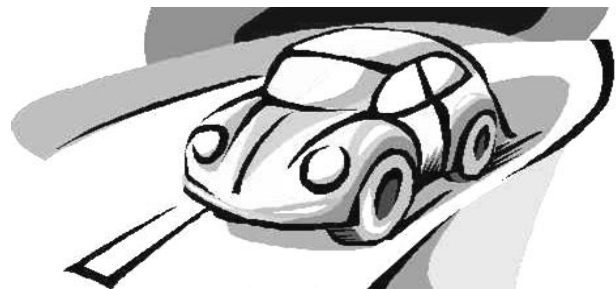
$$h = \frac{1}{2} gt^2$$

La ley de gravitación universal fue establecida por Isaac Newton.

Las fórmulas y ecuaciones presentadas anteriormente son suficientes para explicar y determinar básicamente los movimientos de los cuerpos en una dimensión.



Ejemplo: se puede determinar la velocidad de un automóvil que recorre 200 m en 4 segundos.



El procedimiento para resolver este problema es el siguiente:

Datos:	Formula:	Sustitución:	Resultado:
$d = 200 \text{ m}$ $t = 4 \text{ s}$ $v = ?$	$v = \frac{d}{t}$	$v = \frac{200 \text{ m}}{4 \text{ s}}$	$= 50 \text{ m/s}$

Ahora, si se desea saber, en cuanto tiempo el auto del ejemplo anterior, recorrerá una distancia de 5000 metros se debe realizar lo siguiente:

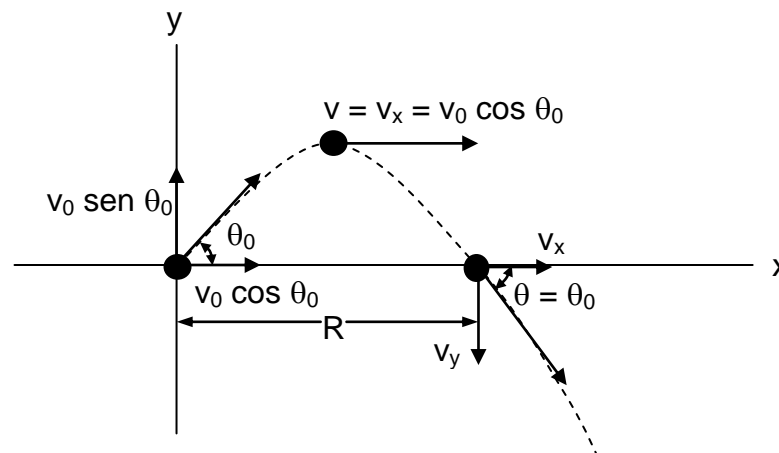
Datos:	Formula:	Sustitución:	Resultado:
$d = 5000 \text{ m}$ $v = 50 \text{ m/s}$ $t = ?$	$t = \frac{d}{v}$	$v = \frac{5000 \text{ m}}{50 \text{ m/s}}$	<div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; display: inline-block;"> $= 100 \text{ s}$ </div>

Características del movimiento de los cuerpos en dos dimensiones

En el tema anterior se estudió el movimiento en una dimensión conocido como rectilíneo. Ahora se describirá el movimiento en dos dimensiones al cual se le llama movimiento en un plano. Existen dos movimientos muy frecuentes sobre una trayectoria curva, que son: el movimiento de un proyectil y el de una partícula en una circunferencia.

La expresión proyectil se puede aplicar a una pelota de baseboll o de golf, a una bala de un rifle y en general a cualquier objeto que se mueva siguiendo una curva.

La línea descrita por el proyectil se denomina trayectoria. Aunque la trayectoria se ve afectada por la resistencia del aire, para fines didácticos se despreciará dicha resistencia.



La figura muestra la trayectoria de un cuerpo lanzado con una velocidad inicial v_0 que forma un ángulo θ_0 con la horizontal. La distancia R es el alcance horizontal.

El movimiento de un proyectil puede definirse como la combinación de movimiento horizontal uniforme y movimiento vertical uniformemente acelerado. La velocidad en el origen está representada por el vector v_0 denominado velocidad inicial o velocidad de disparo. El ángulo θ_0 es el ángulo de elevación.

Al realizar el análisis del movimiento de un proyectil se pueden establecer las siguientes ecuaciones:

$$v_x = v_0 \cos \theta_0$$

$$v_y = v_0 \sin \theta_0 - gt$$

El valor de la resultante v en un instante cualquier es:

$$v \cong \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

y el ángulo θ que forma con la horizontal puede deducirse de:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{v_y}{v_x}$$

La velocidad v es tangente en todo instante a la trayectoria.

Como v_x es constante, la abscisa x (desplazamiento horizontal) en un instante cualquiera es:

$$x = (v_0 \cos \theta_0) t$$

la ordenada y (altura) es:

$$y = (v_0 \sin \theta_0) t - \frac{1}{2} gt^2$$

Empleando estas ecuaciones es posible predecir el movimiento de un proyectil en un instante cualquiera.



Ejemplo, si en un juego de baseball, un jugador anota un home run, ¿Cómo se podría conocer la velocidad de la pelota después de ser golpeada por el bateador?



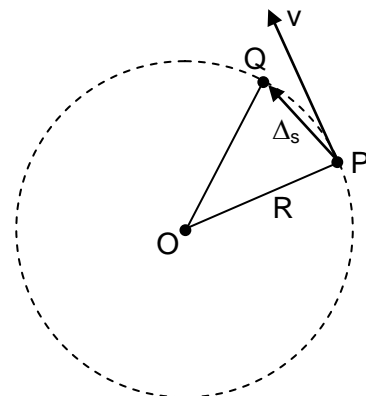
Primero, se debe considerar la distancia que la pelota recorre. En este caso se supondrá que la profundidad del campo de juego es de 120 m. El tiempo que tarda la pelota en llegar a los asientos de los espectadores es medido con un cronómetro registrando 4 segundos. Finalmente, el ángulo de elevación de la pelota es de 22°. Con estos datos es posible determinar la velocidad de la pelota. Sin embargo, el procedimiento es más largo que en un problema de movimiento rectilíneo.

Datos:	Formula:	Sustitución:	Resultado:
$d = 120 \text{ m}$ $t = 4 \text{ s}$ $v = ?$	$v_0 \cos \theta_0 = \frac{x}{t}$	$v_0 \cos \theta_0 = \frac{120 \text{ m}}{4 \text{ s}}$	$= 30 \text{ m/s}$

La velocidad obtenida, es solo la componente horizontal v_x . Para determinar el vector de velocidad instantánea es necesario realizar las siguientes operaciones:

Datos:	Formula:	Sustitución:	Resultado:
$v_x = 30 \text{ m/s}$ $\theta = 22^\circ$ $v_0 = ?$	$v_0 = \frac{v_x}{\cos \theta_0}$	$v_0 = \frac{30 \text{ m}}{\cos 22^\circ}$	$= 32.35 \text{ m/s}$

En el caso del movimiento circular, se considera un pequeño cuerpo (una partícula) girando en una circunferencia de radio R . Los puntos P y Q de la figura representan dos posiciones sucesivas de la partícula. Su desplazamiento cuando se mueve de P a Q es el vector Δs .



Si se considera que el valor absoluto de la velocidad es constante y T es el tiempo que tarda el móvil en dar una vuelta completa, el valor de la velocidad es igual a la longitud de la circunferencia $2\pi R$ dividida por T :

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

Mientras que la aceleración está determinada por la siguiente ecuación:

$$a = \frac{v^2}{R}$$

Estas dos ecuaciones resultan de utilidad para determinar la velocidad y aceleración de un cuerpo que realiza un movimiento circular.



Ejemplo: determinar la velocidad con que gira una rueda de la fortuna. Suponiendo que el radio de la rueda es de 12 metros y el tiempo en que da una vuelta es 60 segundos.



Datos:

$$R = 12 \text{ m}$$

$$t = 60 \text{ s}$$

$$v = ?$$

Formula:

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

Sustitución:

$$v = \frac{2\pi * 12\text{m}}{60 \text{ s}}$$

Resultado:

$$= 1.25 \text{ m/s}$$